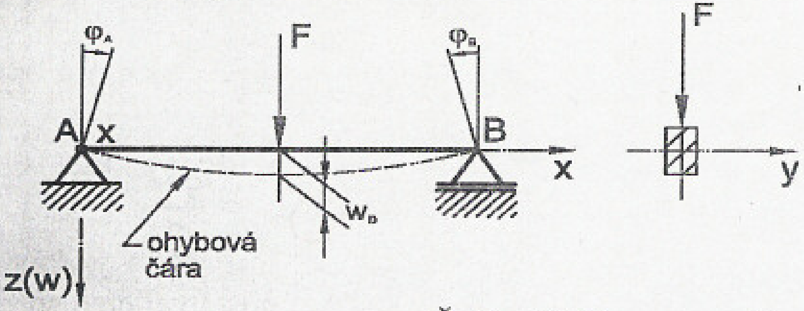
Výpočet deformace přímých nosníků



φ_A, φ_B – úhel pootočení

ω_D - průhyb nosníku

Řešení deformace přímých nosníků

- analytická metoda
- Mohrova metoda
- grafická metoda

Výpočet deformace přímého nosníku - Analytická metoda

Přibližná diferenciální rovnice ohybové čáry

$$\boxed{\omega'' = -\frac{M_{o(x)}}{EJ_y}}$$

Řešení: úhel pootočení

$$\omega' = -\int \frac{M_{o(x)}}{EJ_y} \cdot dx + c_1 = tg\varphi$$

C_1= konstanta

φ-úhel pootočení průřezů

Pro malé úhly $\varphi \Rightarrow \mathrm{tg}\,\varphi = \varphi$

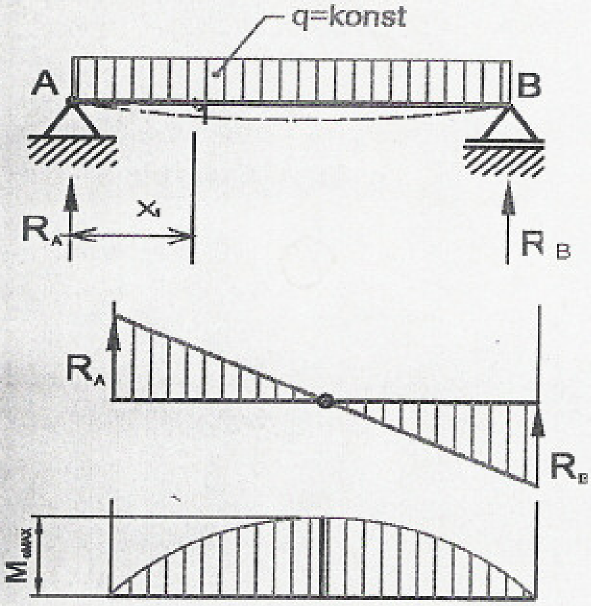
průhyb

$$\omega = \int \omega' \cdot dx + c_2$$

ω - průhyb

C_2= konstanta

Příklad řešení – analytická metoda řešení deformace př. Nosníku



Postup výpočtu

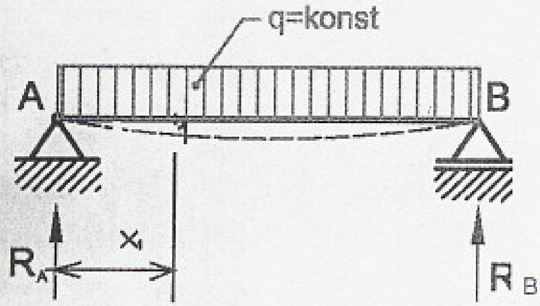
1)Výpočet reakcí

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

2)Diagram posouvajících sil

3)Diagram ohybových moment

4)Stanovení průřezu nosníku



5)Sestavení diferenciální rovnice ohybové čáry

Pro libovolný bod nosníku platí

$$M_{o(x)} = R_A \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_{o(x)} \frac{q}{2}\left(l \cdot x - x^2\right)$$

$$\omega'' = -\frac{M_{o(x)}}{EJ_y}$$

$$\omega'' = -\frac{q\left(l \cdot x - x^2\right)}{2EJ_y}$$

Diferenciální rovnice ohybové čáry

$$\omega' = -\frac{q}{2EJ_y}\int\left(l\cdot x - x^2\right)\cdot dx$$

$$\varphi = \omega' = -\frac{q}{2EJ_y}\left[l\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right] + c_1$$

$$\omega = -\frac{q}{2EJ_y}\cdot\int\left[\left(l\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + c_1\right]\cdot dx$$

$$\omega = -\frac{q}{2EJ_y}\cdot\left(l\frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12}\right) + c_1 x + c_2$$

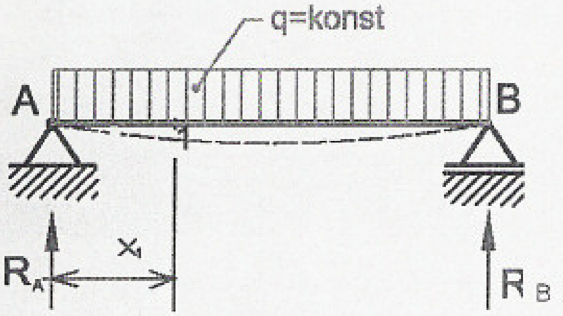
Pro rovnice (1), (2) určíme integrační konstanty C_1, C_2

pro bod A: x = Ř, z rovnice **(2)** ⇒ $\omega_A = \emptyset$ Rovnice (2)
$c_2 = \emptyset$

pro bod B: x = l, dosazení do rovnice **(2)** ⇒ $\omega_B = \emptyset$

$$0 = -\frac{q}{2EJ_y}\cdot\left(l\cdot\frac{l^3}{6} - \frac{l^4}{12}\right) + c_1\cdot l$$

$$c_1 = \frac{q\cdot l^3}{24EJ_y}$$



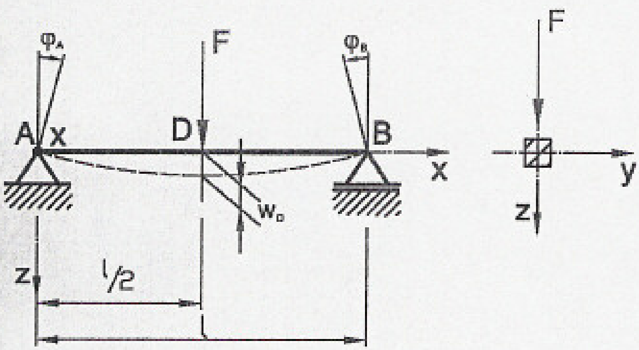
dosadíme $c_2 = 0$ do rovnice (1) a vypočteme φ

$$\varphi_A = \omega'_A = \frac{q\cdot l^3}{24EJ_y} \qquad \varphi_A = \varphi_B$$

Pro x = 0,5 l (bod D), průhyb ω_D počteme z rovnice(2)

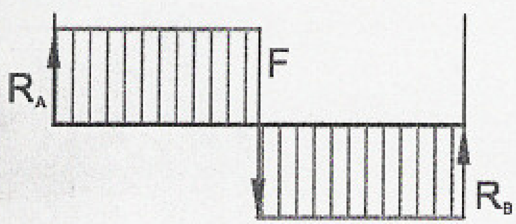
$$\omega_D = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 E J_y}$$

Mohrova metoda výpočtu deformací přímých nosníků



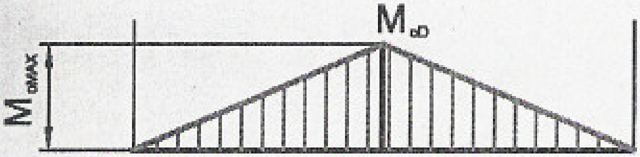
Postup řešení:

1) Výpočet reakcí $\mathbf{R_A}$, $\mathbf{R_B}$

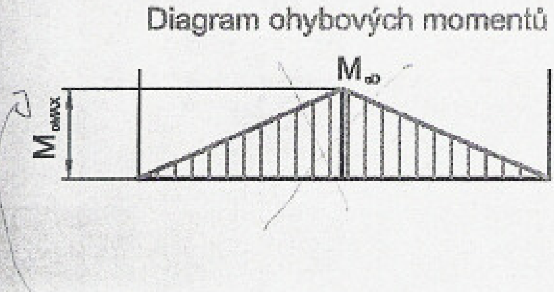


2) Diagram posouvajících sil

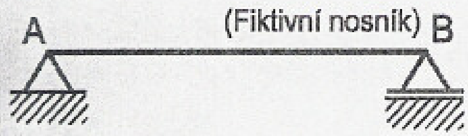
Diagram ohybových momentů



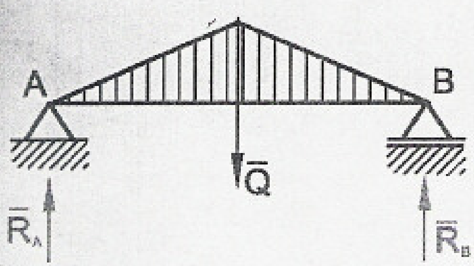
3) Diagram ohybových momentů



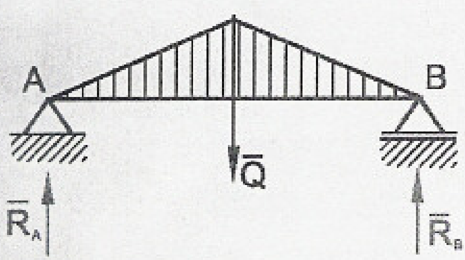
4) Zakreslíme fiktivní nosník (sdružený) **pro tento případ uložení je nosník sdružený je stejný)**



5) Fiktivní nosník zatížíme momentovou plochou skutečného zatíženého nosníku (síla F) (viz diagram M_o)



6) Vypočteme fiktivní reakce od zatížení momentové plochy



fiktivní reakce od zatížení momentové plochy

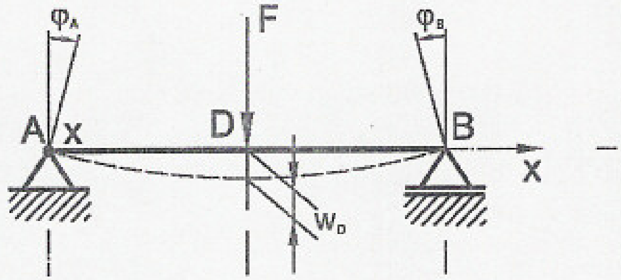
$$\overline{R}_A = \overline{R}_B = \frac{\overline{Q}}{2} = \frac{F \cdot l^2}{16}$$

$$\overline{Q} = \frac{1}{2} l \cdot M_{oD}$$

$$\overline{Q} = \frac{1}{2} l \cdot \frac{F \cdot l}{4} = \frac{F \cdot l^2}{8}$$

7) Úhel pootočení průřezu v bodech A, B se vypočte podle vztahu

$$\varphi_A = \frac{\overline{T}_A}{EJ_y}$$



kde: T_A – posouvající síla v bodě A
EJ_y – tuhost nosníku

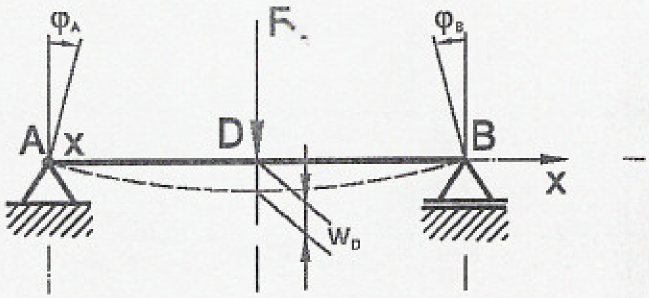
$$\overline{T}_A = \overline{R}_A = \frac{F \cdot l^2}{16}$$

$$\overline{T}_B = \overline{R}_B = \frac{F \cdot l^2}{16}$$

$$\varphi_A = \varphi_A = \frac{F \cdot l^2}{16EJ_y}$$

8) Výpočet průhybu v bodě D se vypočte podle vztahu

$$w_o = \frac{\overline{M}_{oD}}{EJ_y}$$



$$\overline{M}_{oD} = \overline{R}_A \cdot \frac{l}{2} - \frac{\overline{Q}}{2} \cdot \frac{l}{6}$$

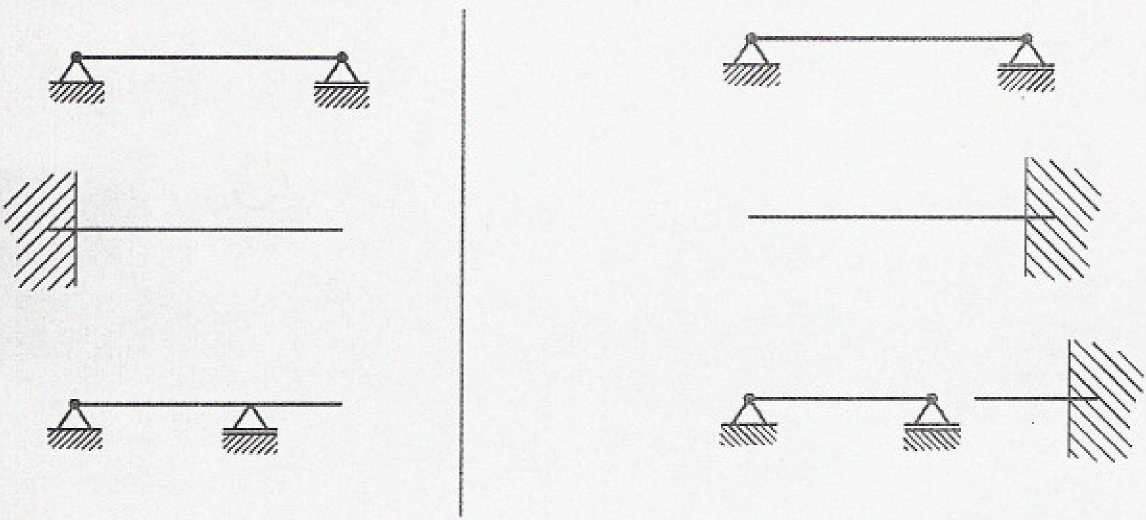
$$M_{oD} = \frac{F \cdot l^2}{16} \cdot \frac{l}{2} - \frac{F \cdot l^2}{16} \cdot \frac{l}{6}$$

$$M_{oD} = \frac{2F \cdot l^3}{96} = \frac{F \cdot l^3}{48}$$

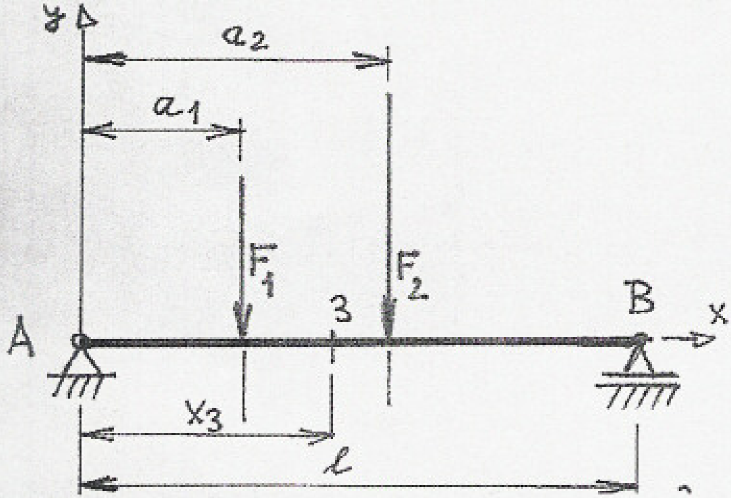
$$w_D = \frac{Fl^3}{48EJ_y}$$

Skutečný nosník

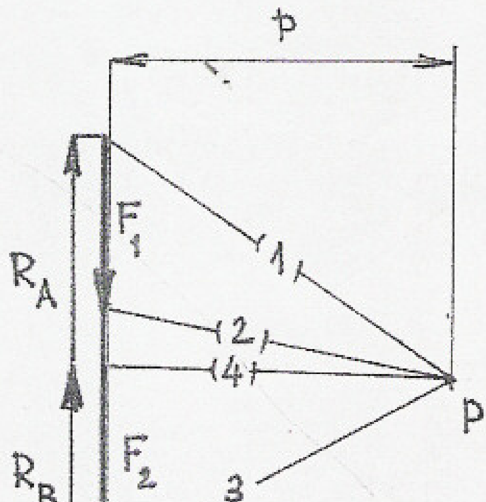
Fiktivní nosníky

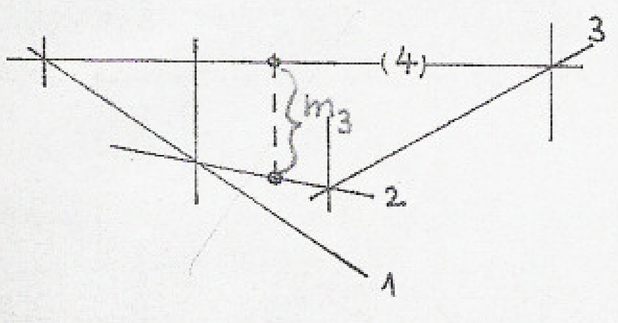


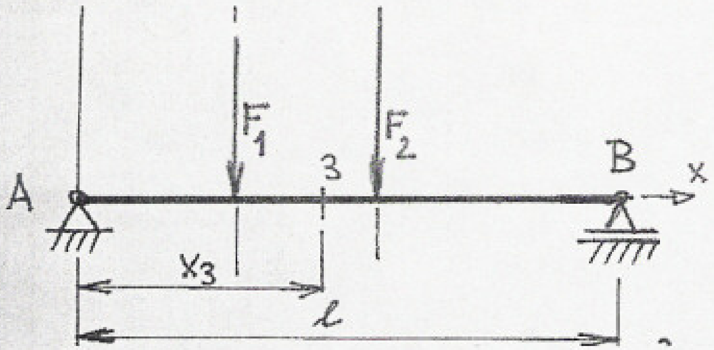
Grafické řešení průhybu přímých nosníků



Řešení reakcí







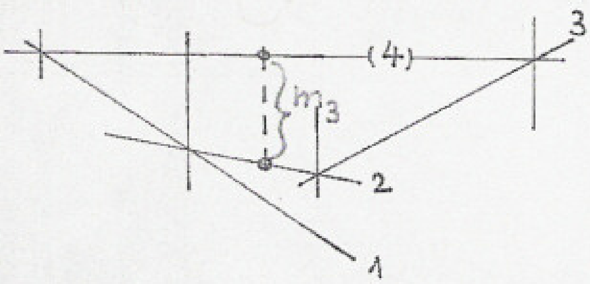
Ohybový moment

$$\mathbf{M_3} = m_3 \cdot p \cdot m_F \cdot m_l$$

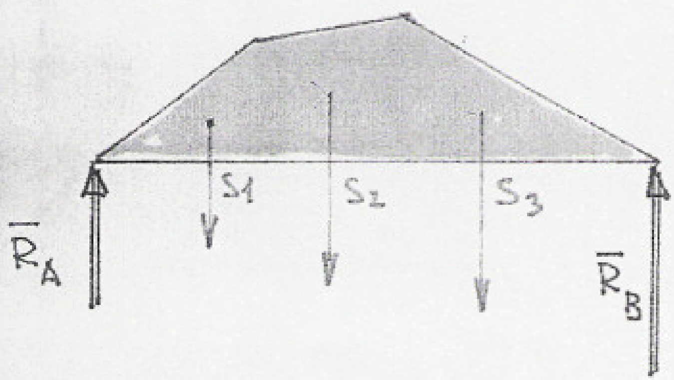
kde: m_F – měřítko sil

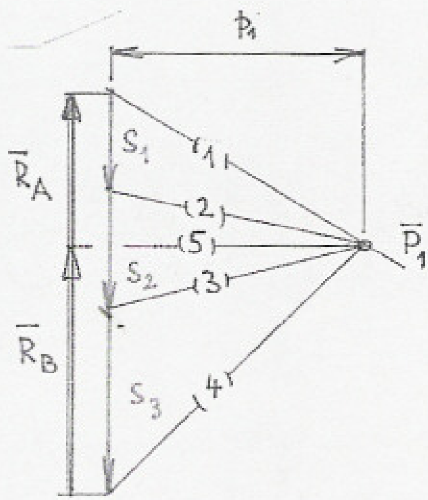
m_l – délek

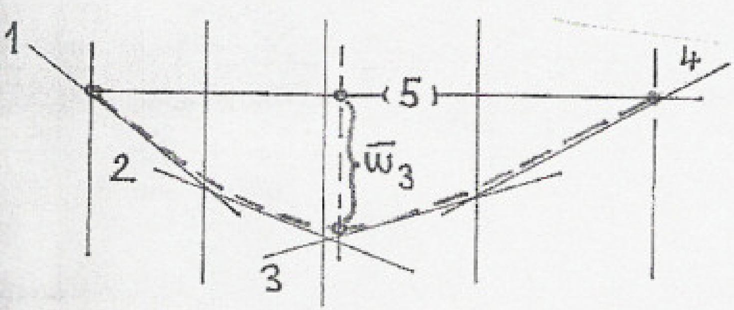
p – vzdálenost pólového bodu



Náhradní nosník zatížíme momentovou plochou







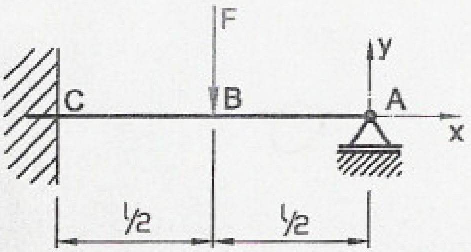
Výpočet průhybu daného nosníku

$$y_{3skut} = \omega_{(3)} \cdot \frac{p \cdot p_1 \cdot m_F \cdot m_l^3 \cdot m_{SM}}{E \cdot J_y}$$

Kde:

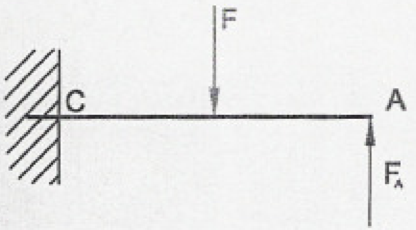
$$m_{SM} = p \cdot m_F \cdot m_l^2$$

Staticky neurčité uložení při ohybu
(Vyrovnávací metoda)



Nosník je 1x staticky neurčitě uložen (-1°V).

Nadbytečnou podporu A nahradíme silou F_A.



Deformační podmínka pro bod A

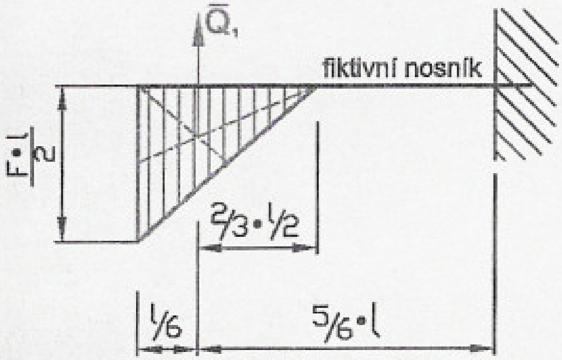
$\omega_A = \omega_{AF} + \omega_{AFA} = 0$

kde: $\omega_A = \varnothing$

ω_{AF} – deformace od síly F

ω_{AFA} – deformace od síly F_A

Výpočet deformace nosníku v bodě A od síly F **(Mohrova metoda)**

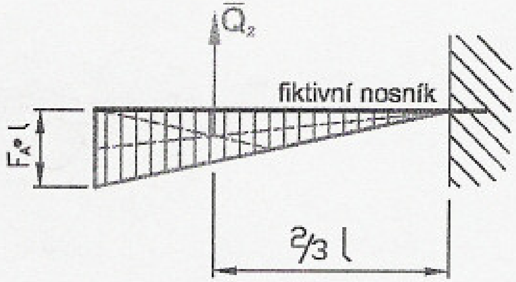


$$\overline{Q}_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F \cdot l^2}{8}$$

$$\omega_{AF} = \frac{\overline{Q}_1 \cdot \frac{5}{6} l}{EJ_z}$$

$$\omega_{AF} = \frac{5Fl^3}{48EJ_z}$$

Výpočet deformace nosníku v bodě A od síly F_A **(Mohrova metoda)**



$$\overline{Q}_2 = F_A \cdot l \cdot \frac{1}{2} l = F_A \cdot \frac{l^2}{2}$$

$$\omega_{AFA} = \frac{\overline{Q}_l^2 \cdot \frac{2}{3} l}{EJ_z} = \frac{-2F_A \cdot l^2 \cdot l}{3 \cdot 2 \cdot EJ_z}$$

$$\omega_{AFA} = \frac{F_A \cdot l^3}{3EJ_z}$$

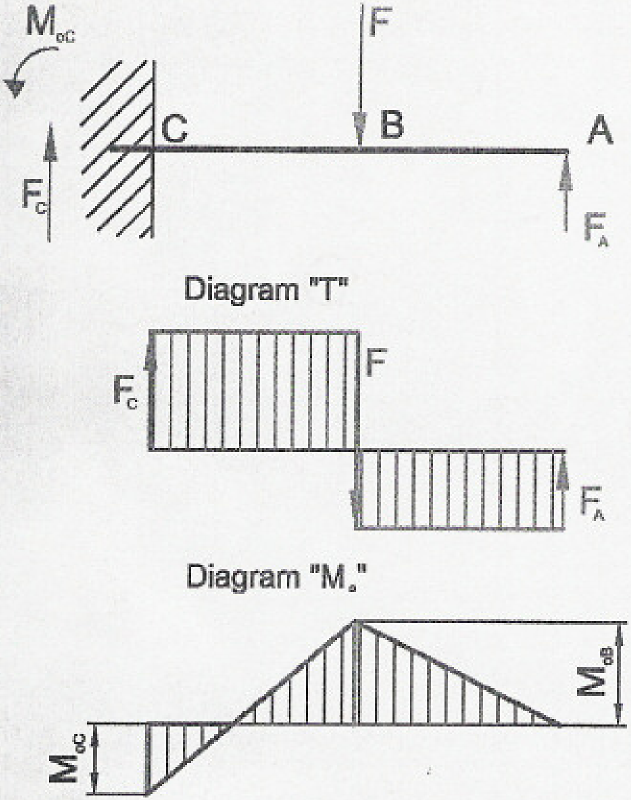
dosazením do rovnice **(1) -deformační podmínka pro bod A**

za ω_{AF} , ω_{AFA}

$$\omega_A = \frac{5Fl^3}{48EJ_z} - \frac{F_A \cdot l^3}{3EJ_z} = \phi$$

$$F_A = \frac{5}{16} F$$

Nyní řešíme krakorcový nosník zatížený silami F a F_A (0^O V)



$$M_{oB} = F_A \cdot \frac{l}{2}$$

$$M_{oc} = F_A \cdot l - \frac{F \cdot l}{2}$$

Zjistíme, který z ohybových momentů je největší a ten dosadíme do pevnostní podmínky pro ohyb.