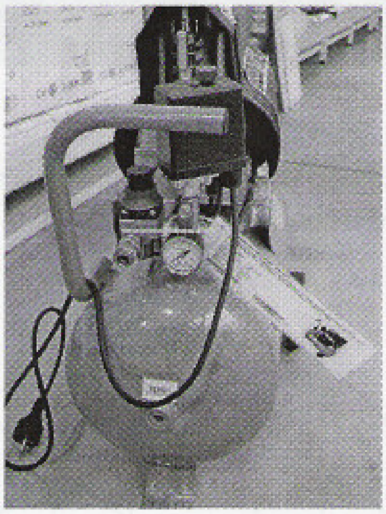
Přednáška P a P č.3

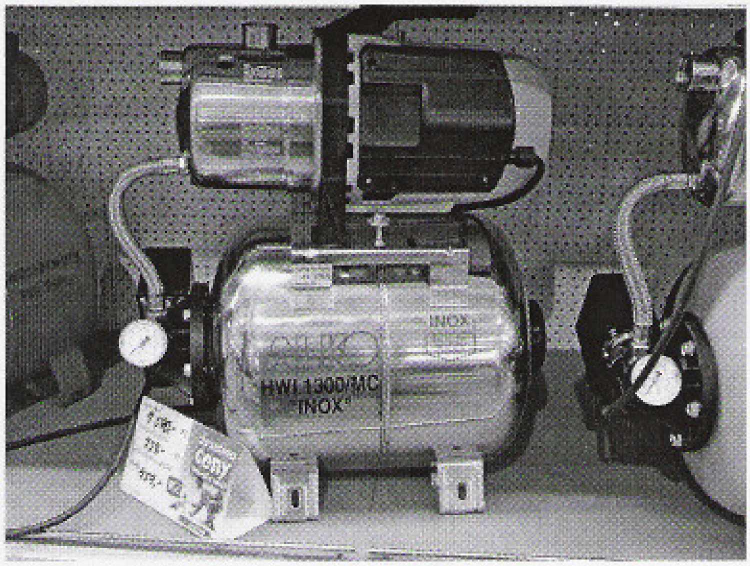
Výpočet tenkostěnných nádob s vnitřním přetlakem
Prostý smyk - definice
Hookův zákon pro smyk
Střih matriálů
Krut kruhových průřezů
Návrh torzní tyče
Krut nekruhových průřezů

Výpočet tenkostěnných nádob s vnitřním přetlakem



Vzduchový kompresor s tlakovou nádobou

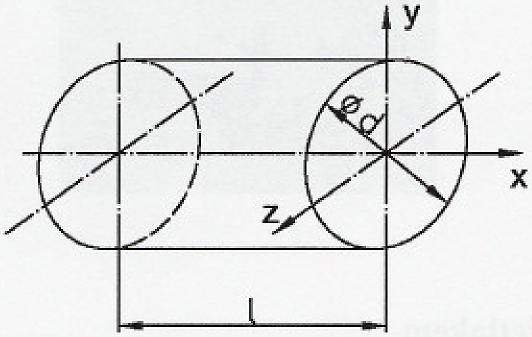
Výpočet tenkostěnných nádob s vnitřním přetlakem



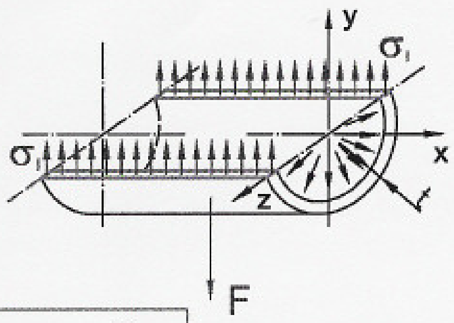
Vodárna s tlakovou nádobou pro H_2O

Tlaková nádoba na plyn

Výpočet tenkostěnných nádob s vnitřním přetlakem
Válcové nebo kulové nádoby $t < D/20$ (D –vnější průměr nádoby,
t – tloušťka stěny nádoby)



Podélný řez



$$\boxed{\sigma_y = \frac{d.p}{2t}}$$

$\sigma_y < \sigma_{D,t}$

$\sigma_{D,t}$ – dovolené napětí v tlaku

$F_1 = S.p$

$S = l.\ d$

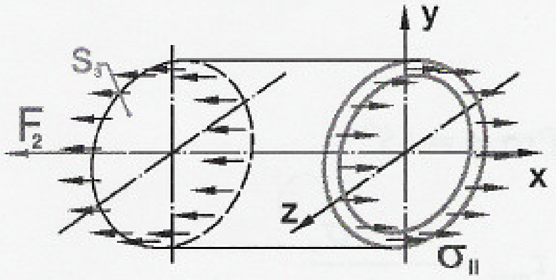
$$\sigma_y = \frac{F_1}{2\,S_1}$$

$S_1 = l.\ t$

Tloušťka stěny t

$$t < \frac{d.p}{2\sigma_{D,t}}\ .$$

Příčný řez



$F_2 = S_3.p$

$$S_3 = \frac{\pi d^2}{4}$$

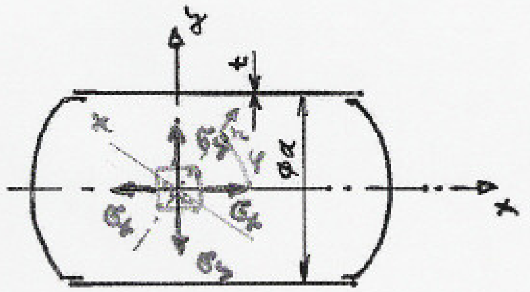
$$\sigma_x = \frac{F_2}{S_2}$$

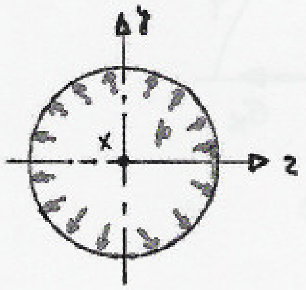
$S_2 = \pi.d.t$

$$\boxed{\sigma_x = \frac{d.p}{4t}} \qquad \boxed{t < \frac{d.p}{4\sigma_{D,t}}}$$

V praxi se k vypočtené hodnotě t přidává ještě určitá hodnota zahrnující vliv koroze , výroby svaru apod.

MKN pro dvouosou napjatost



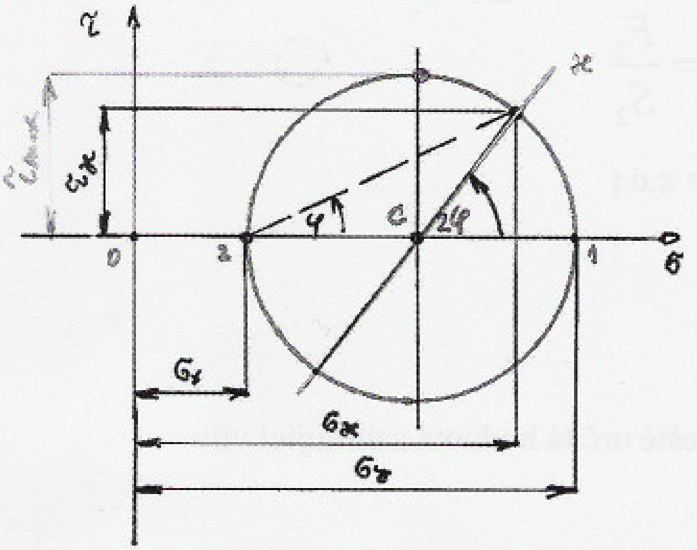


$$\sigma_y = \frac{d.p}{2t} \qquad \sigma_X = \frac{d.p}{4t}$$

Normála <u>n</u> svírá s osou <u>x</u> úhel <u>j</u>

MKN pro elementární hranol je určena body 1,2
1 [σ_y,0] , 2[σ_x,0]

napětí $\sigma_y > \sigma_x$

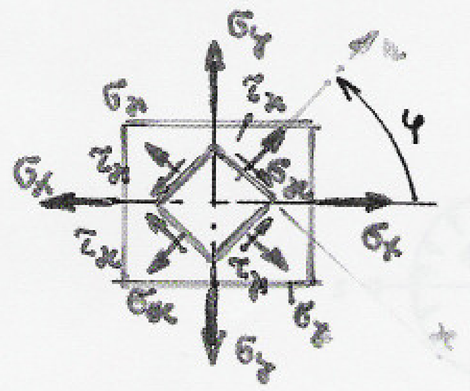


Pro $\varphi = 45^{\circ}$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2}$$

$$\sigma_y = \frac{d.p}{2t}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_y$$

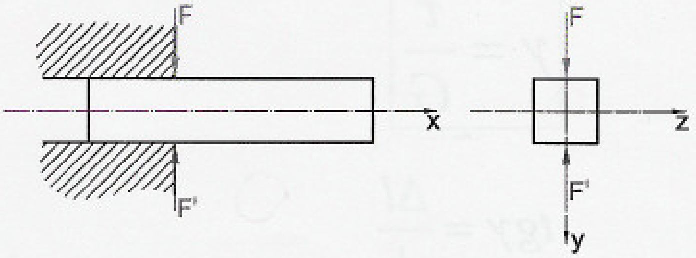


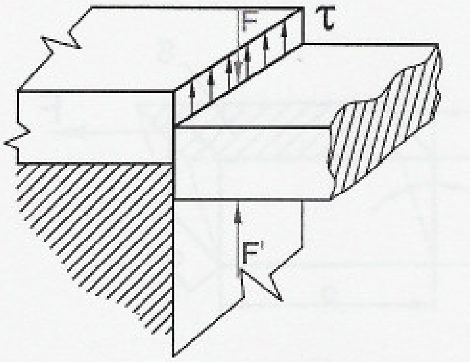
Součet normálových napětí na dvou vzájemně kolmých ploškách je stálý a rovná se součtu hlavních napětí.

$$\sigma_\chi + \sigma_\gamma = \sigma_y + \sigma_x$$

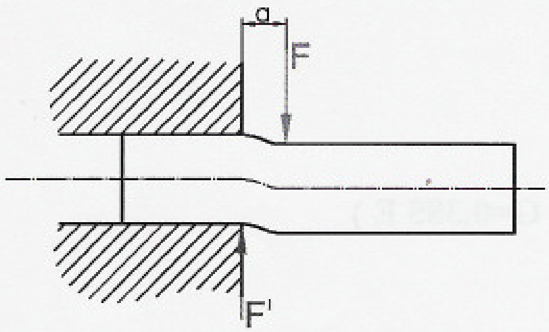
Smykové napětí na dvou vzájemně kolmých ploškách se sobě rovnají co do velikosti a jsou opačných znamének

Prostý smyk



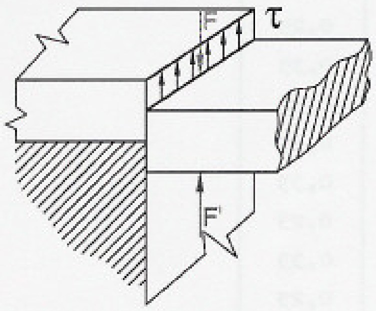


Dvě stejně velké síly opačného smyslu, působící na společné nositelce, procházející těžištěm průřezu a leží v namáhaném průřezu
(např. při velmi přesném stříhání vůle cca 0,01 mm)



V obecném případě neleží síly na společné nositelce.
Vzniká ještě ohyb ($\tau >>> \sigma \rightarrow \sigma$ zanedbáváme)

Pevnostní podmínka pro smyk

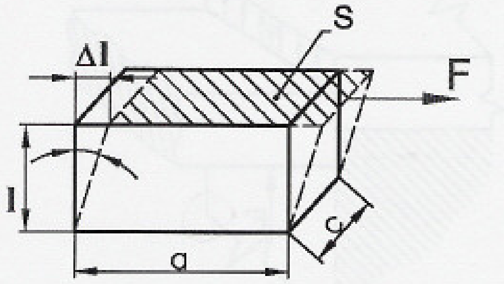


$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{F}{S} \leq \tau_{D,s}}$$

$\tau_{D,s}=(0,8\text{-}1)\sigma_{D,t}$ (litina)
$\tau_{D,s}=(0,6\text{-}0,7)\ \sigma_{D,t}$ (ocel)

Za předpokladu, že tečná napětí jsou po celém průřezu rovnoměrně rozložena platí pevnostní podmínka pro smyk

Hookeův zákon pro smyk



$$\boxed{\gamma = \frac{\tau}{G}}$$

$$tg\gamma = \frac{\Delta l}{l}$$

Kde: γ-zkos (1)
G-modul pružnosti ve smyku(MPa)
τ - tečné napětí (MPa)
pro malé úhly je přibližně $\gamma = tg\gamma$

Výpočet modulu pružnosti ve smyku

Existuje závislost mezi E, G, μ

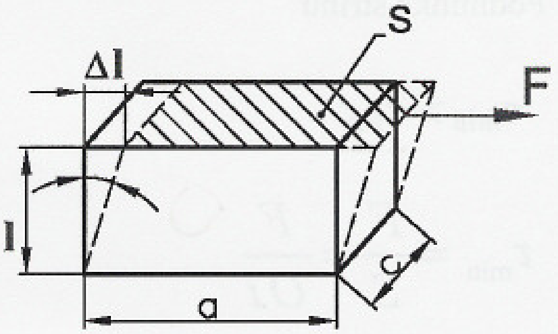
$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}}$$

pro ocel (μ=0,3 G=0,385 E)

Tabulka modulů pružnosti v tahu , smyku, poissonovy konstanty pro vybrané materiály

Druh materiálu	E (MPa)	G (MPa)	μ
Ocel	210 000	81 000	0,30
Šedá litina	110 000	43 000	0,25
Měď	120 000	44 000	0,35
Bronz	110 000	42 000	0,35
Mosaz	95 000	35 000	0,35
Hliník a jeho slitiny	70 000	27 000	0,33
Sklo	60 000	24 000	0,23
Polymetylmetakrylát	3 700	1 400	0,33
Bakelit	50 000	20 000	0,25
Celuloid	4 000	1 500	0,35
Pryž	2 až 8	0,7 až 2,5	0,49
Dřevo / ve směru vláken /	12 000	5 000	-
/ napříč vláken /	2 700	-	-
Organické sklo /plexi/	2 100	800	0,35
Beton	18 000	8 000	0,13

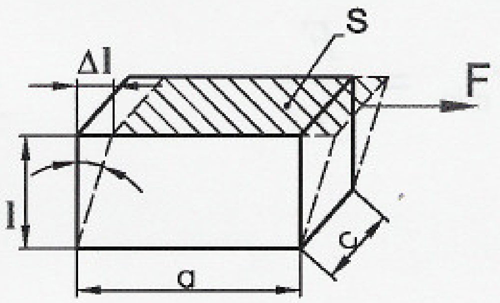
deformace Dl při smyku se vypočte z Hookeova zákona



$$\boxed{\Delta l = \frac{F.l}{G.S}}$$

(G.S) – tuhost ve smyku

Deformační práce potřebná k posuvu vrstvy ve vzdálenosti l o Δl



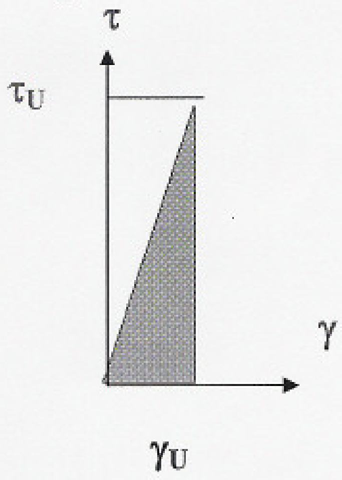
A_{def}= 0,5 F. Δl

Deformační práce A_{def} se rovná deformační energii získané tělesem U

$U = A_{def}$

V = S .l (objem vrstvy)

Objemová hustota energie napjatosti

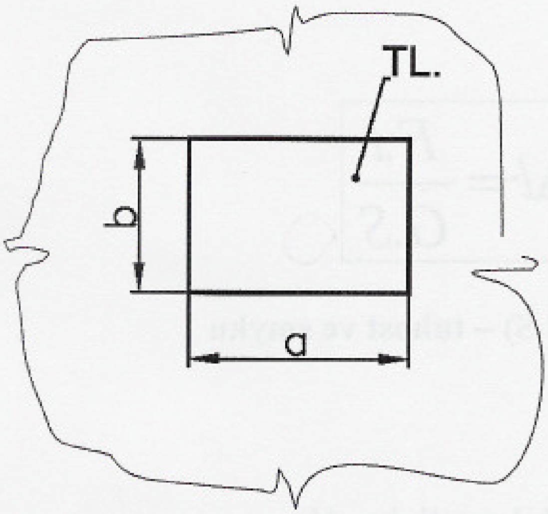


$$\boxed{w = \frac{U}{V}}$$

$$w = \frac{1}{2}.\tau.\gamma$$

$$\boxed{w = \frac{\tau^2}{2G}}$$

Stříhání materiálu



Podmínka střihu

$$\tau_{min} > \tau_{P,s}$$

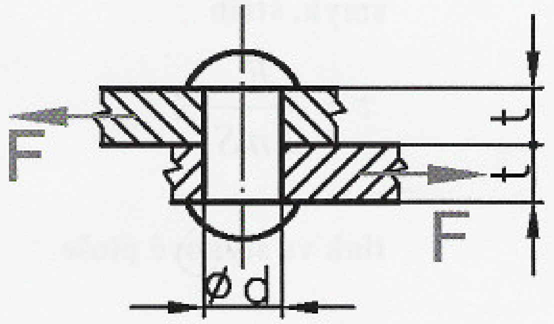
$$\tau_{min} = \frac{F}{S} = \frac{F}{O.t}$$

$$\tau_{min} = \frac{F}{O.t}$$

kde: O- obvod střihu (m)
t – tloušťka plechu (m)
$\tau_{P,s}$- mez pevnosti ve střihu (MPa)
$\tau_{P,s} = 0,6\ \sigma_{P,t}$

O=2 (a+b)
S=O.t

Jednostřižný nýt – výpočet



Střih (smyk)

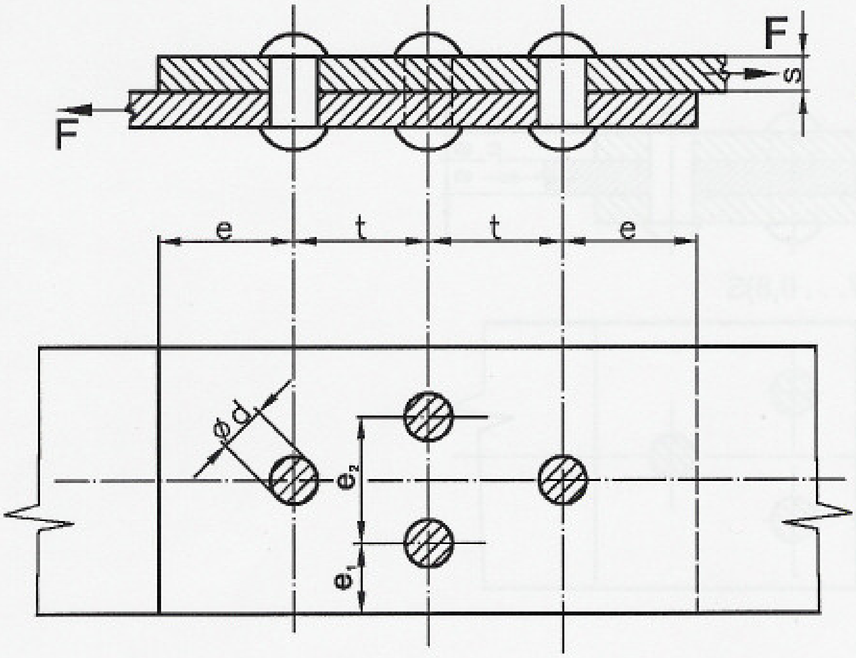
$$\tau = \frac{F}{n.S} \leq \tau_{D,s}$$

Tlak ve stykové ploše

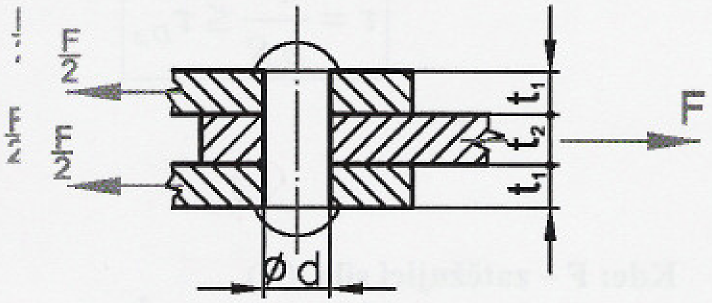
$$p = \frac{F}{n.d.t} \leq p_d$$

Kde: F – zatěžující síla (N)
S – plocha průřezu nýtu (m^2)
n – počet nýtů (1)
t - tloušťka plechu (m)
$\tau_{D,s}$- dovolené napětí ve smyku (MPa)
p_d - dovolené napětí v tlaku (MPa)

Jednostřižný nýt – příklad konstrukčního řešení



Dvojstřižný nýt –výpočet



smyk, střih

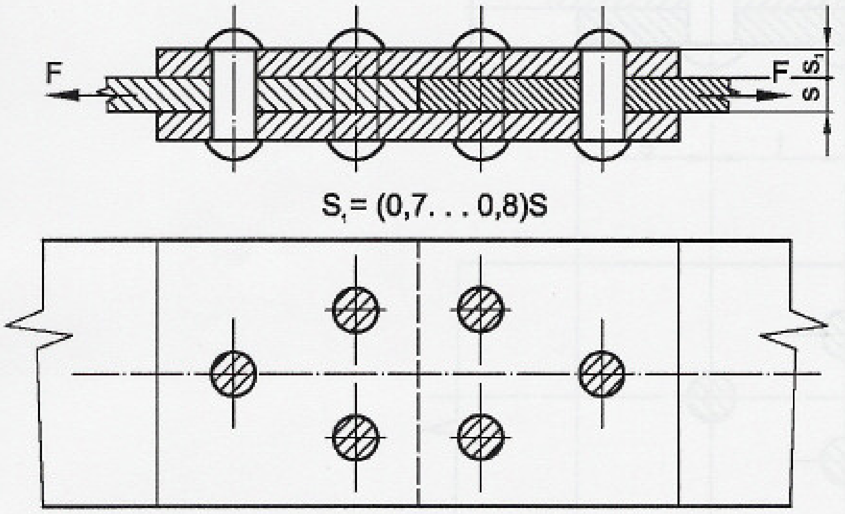
$$\tau = \frac{F}{2.n.S} \leq \tau_{D,s}$$

tlak ve stykové ploše

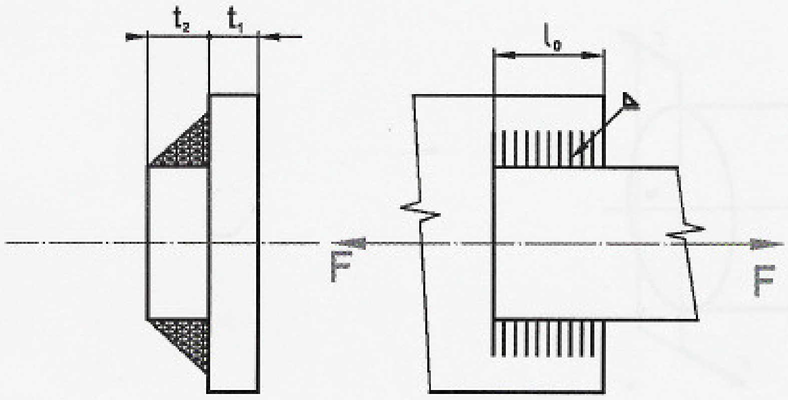
$$p = \frac{F}{n.d.t_2} \leq p_d$$

Kde: F – zatěžující síla (N)
S – plocha průřezu nýtu (m2)
n – počet nýtů (1)
t - tloušťka plechu (m)
$\tau_{D,s}$- dovolené napětí ve smyku (MPa)
p_d - dovolené napětí v tlaku (MPa)

Dvojstřižný nýt – příklad konstrukčního řešení



Pevnostní výpočet koutového svaru



$$\boxed{\tau = \frac{F}{2.0{,}7.t_2.l} \leq \tau_{D,s}}$$

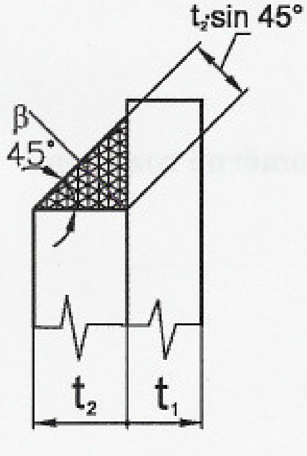
kde: l - skutečná délka svaru (m)

$l = l_0 - 1{,}5\ t_2$

l_0 – teoretická délka svaru (m)

$\tau_{D,s}$-dovolené napětí ve smyku svaru (MPa)

Pevnostní výpočet koutového svaru



$$\boxed{\tau = \frac{F}{2.0{,}7.t_2.l} \leq \tau_{D,s}}$$

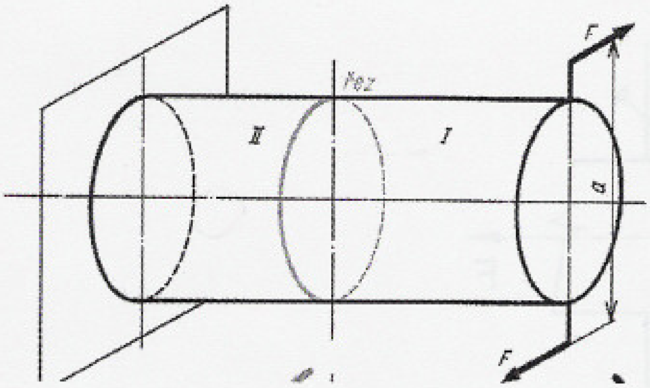
$\sin 45^0 = 0{,}707$

pro svařovanou ocel 11 523 je např. vhodná elektroda E 52.33

$\sigma_{D,t,sv}$ = $(0{,}85\text{-}1)\sigma_{D,t,}$ (pro výpočet tupého svaru – tah)

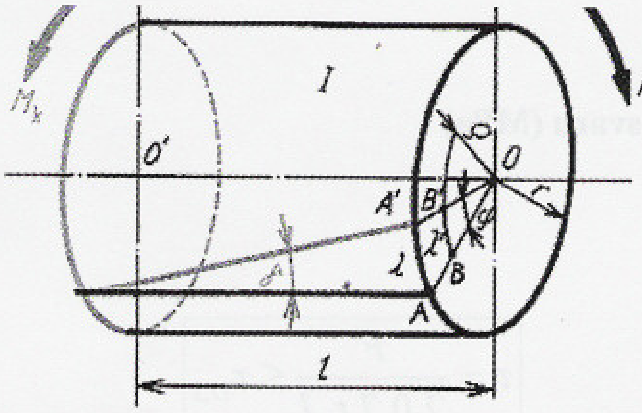
$\tau_{D,s,sv}$ = $0{,}65\ \sigma_{D,t}$ (pro koutový svar)

Krut součástí kruhových průřezů

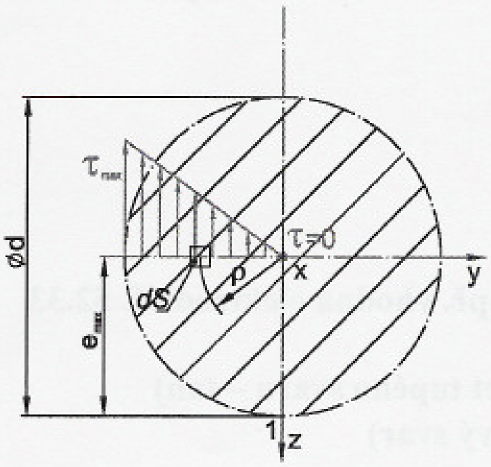


Těleso je vlevo vetknuto a na druhém konci zatíženo silovou dvojicí M = F.a ležící v rovině kolmé k ose

Oddělená část I tělesa – v rozvnováze za působení M a M_k



V rovině řezu vznikají tečná napětí τ , která nejsou rovnoměrně rozložena



Pevnostní podmínka pro krut

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{D,k}}$$

kde: W_k- průřezový modul v krutu (m^3)

$$W_k = \frac{I_p}{e_{\max}}$$

I_p - polární moment setrvačnosti (m^4)

e_{max}- vzdálenost od střednice k nejvzdálenějšímu vláknu (m)

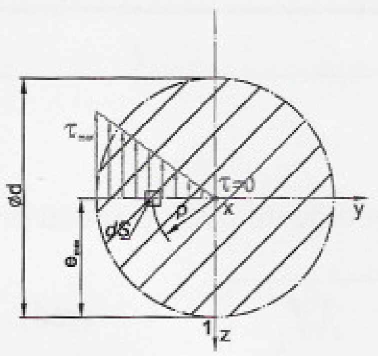
$\tau_{D,k}$ – dovolené napětí v krutu (MPa)

Pro: ocel $\tau_{D,k} = \tau_{D,s} = (0{,}5\text{-}0{,}6)\ \sigma_{D,t}$

šedá litina $\tau_{D,k} = \sigma_{D,t}$

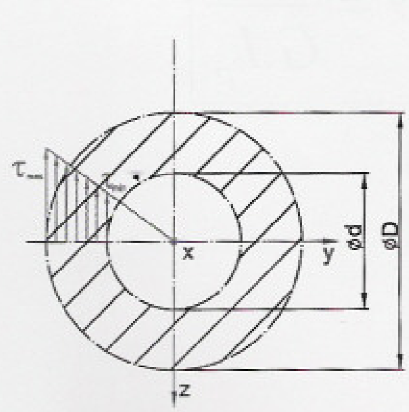
Výpočet průřezového modulu v krutu

kruhový průžez



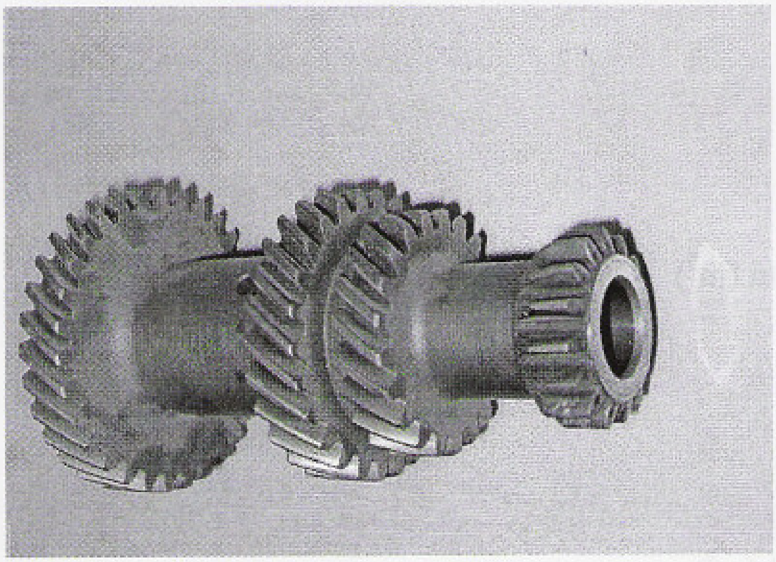
$$W_k = \frac{\pi d^3}{16} \cong 0{,}2 d^3$$

mezikruhový průžez

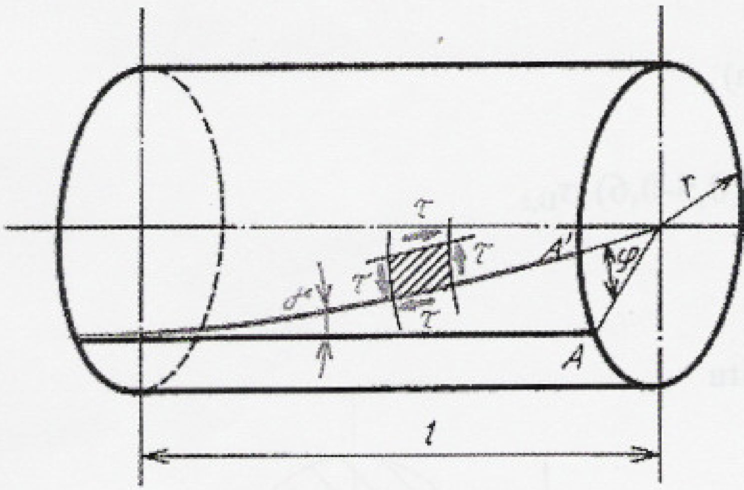


$$W_k = \frac{\pi}{16}\frac{D^4 - d^4}{D} \cong 0{,}2\frac{D^4 - d^4}{D}$$

Příklad konstrukčního řešení hřídele s ozubenými koly



Výpočet úhlu pootočení dvou průřezů



Úhel pootočení dvou průřezů pro l = 1 m

$$\boxed{\vartheta = \frac{M_k}{G.I_p}} \qquad \text{(rad)}$$

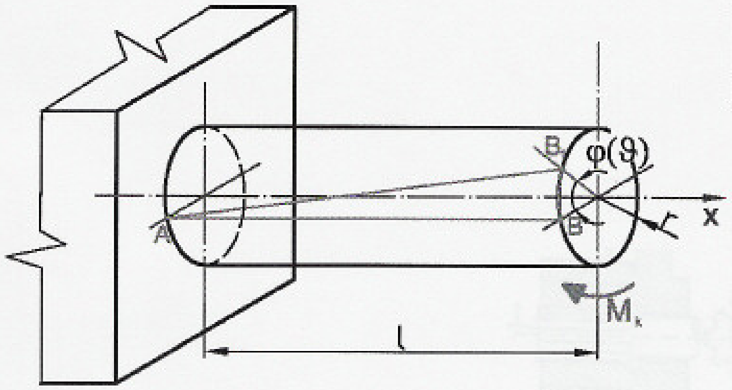
Tuhostní podmínka pro krut

$$\boxed{\vartheta^{o} = \frac{180}{\pi}\frac{M_k}{G.I_p} \leq \vartheta^{o}_{Dov}}$$

υ_{dov} – dovolený zkrut (na 1 m délky hřídele podle ÈSN)
ocelový hřídel:

pro: M_k= konst $\upsilon_{dov,I} = 0{,}3^0\ m^{-1}$
$M_k \neq$konst $\upsilon_{dov,II} = 0{,}25^0\ m^{-1}$
M_k – s rázy $\upsilon_{dovIII} = 0{,}15^0\ m^{-1}$

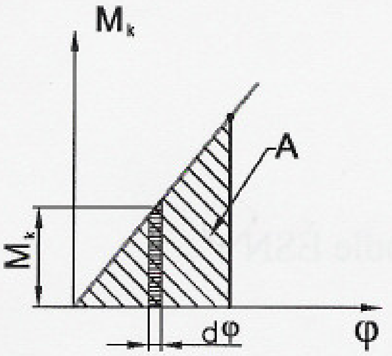
Výpočet úhlu zkroucení j° hřídele délky l, vlivem M_k



$$\boxed{\varphi^{o} = \frac{180}{\pi}\frac{M_k.l}{G.I_p}} \quad (^{o})$$

Kde: G –modul pružnosti ve smyku (MPa)
J_p- polární moment setrvačnosti (m^4)
M_k-kroutící moment (Nm)
l - délka tyče (m)

Energie napjatosti při krutu



$$A = \frac{1}{2} M_k \varphi$$

$$\varphi = \frac{M_k l}{G J_p}$$

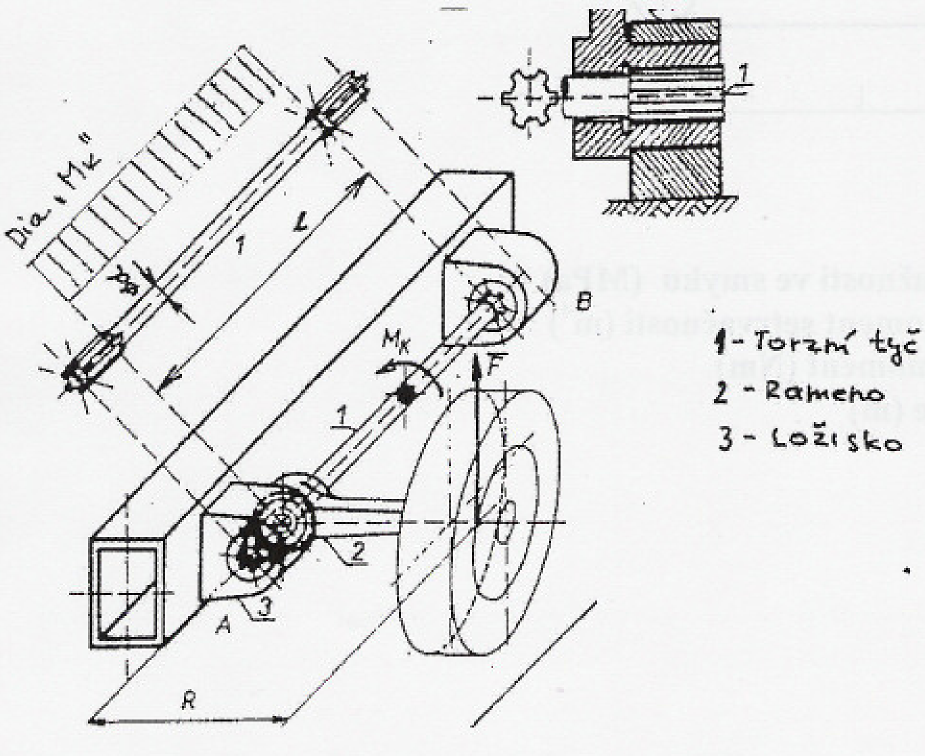
Objemová hustota deformační energie

$w \neq konst$ **(není rovnoměrně v tělese rozložena)**

$$w = \frac{A}{V} \qquad w = \frac{1}{4} \frac{\tau_k^2}{G} \qquad \mathbf{(J.m^{-3})}$$

Návrh výpočtu torzní tyče

Dáno: F, R, G, $\tau_{D,k}$, υ_{dov}
Určit: Ød, l



Výpočet

$M_k = F.R$

$M_{k,max} = 1{,}6\ M_k$ (dynamické zatížení s rázy)

$$\frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{D,k}$$

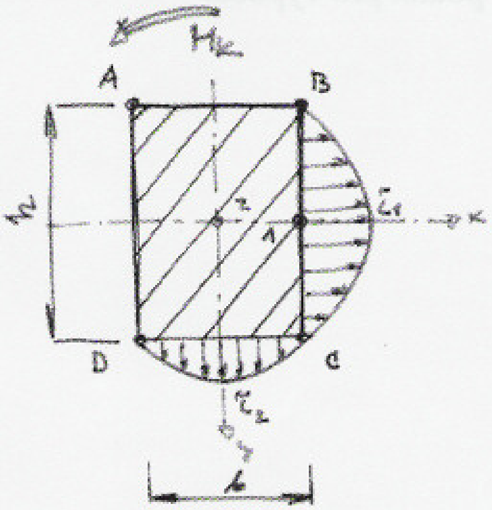
$$\upsilon_{dov} = \frac{M_k.l}{G.I_p} \quad \text{(rad)}$$

Torzní tyč má až 4x lepší využití materiálu než pružina ohýbaná. Pro torzní i šroubové pružiny volíme kvalitní materiál s vysokou hodnotou meze kluzu

$$w = \frac{1}{4}\frac{\tau_k^2}{G}$$

Krut součástí nekruhových průřezů

Obdélníkový průřez



$$\boxed{\tau_{max} = \tau_1 = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{D,k}}$$

kde: $W_k = \alpha.\ b^2.\ h$ $\leq \tau_{D,k}$

α - bezrozměrný součinitel

α=fce (m =h/b – vis tab.)

Uprostřed kratší strany obdélníka je napětí

$\tau_2 = \gamma\tau_1$

kde: **γ - bezrozměrný součinitel (**vis tab.)

Napětí ve vrcholech obdélníka a ve střednici je nulové

Úhel vzájemného pootočení dvou průřezů vzdálených od sebe o délku l

$$\varphi = \frac{M_k l}{G J_k} \quad \text{(rad)}$$

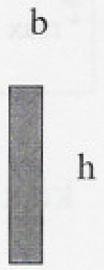
kde: J_k- moment tuhosti v kroucení

$J_k = \beta .\ b3.\ h \quad (m^4)$

β - bezrozměrný součinitel vis tab.

	1	1,2	2	3	5	10	□‡
α	0,208	0,219	0,246	0,267	0,292	0,312	0,333
β	0,14	0,166	0,229	0,263	0,291	0,31	0,333
γ	1,0	0,933	0,793	0,754	0,743	0,743	0,742

V praxi lze pro úzké obdélníkové průřezy (b <<< h) použít pro výpočet zjednodušené vztahy



$$W_k = \frac{1}{3} b^2 h$$

$$J_k = \beta b^3 h$$

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_k} \le \tau_{D,k}}$$

Pevnostní podmínka

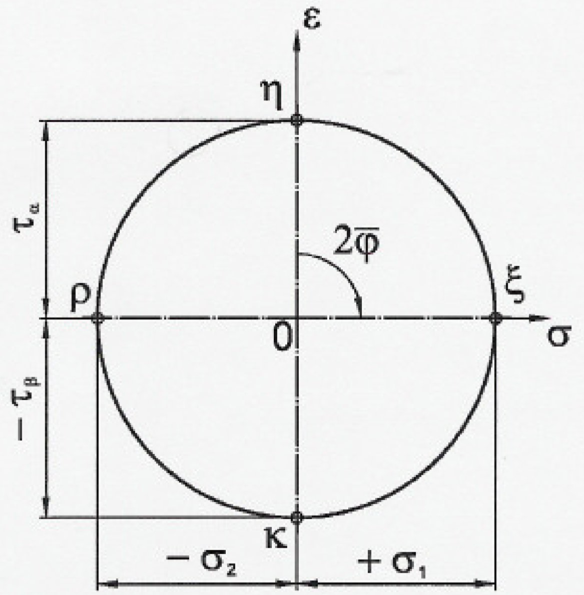
$$\varphi = \frac{M_k l}{G J_k}$$

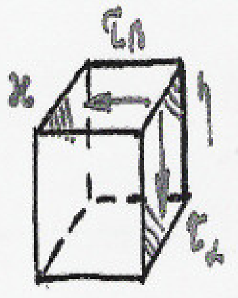
Úhel pootočení dvou průřezů vzdálených o délku l

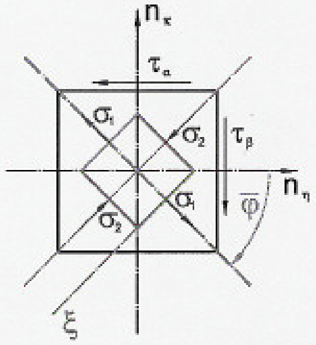
V praxi se krutu nekruhových průřezů pokud možno vyhýbáme!

Krut – rovinná napjatost

MKN-prostý smyk (hřídel namáhaná prostým krutem)







Body ρ,ξ - udávají hodnoty hlavních napětí σ_1, σ_2

$|+\sigma| = |-\sigma| = |+\tau| = |-\tau|$