

Přednáška P a P č.4

Ohyb přímých nosníků

Posouvající síla

Ohybový moment

Swedlerova věta

Pevnostní podmínka v ohybu

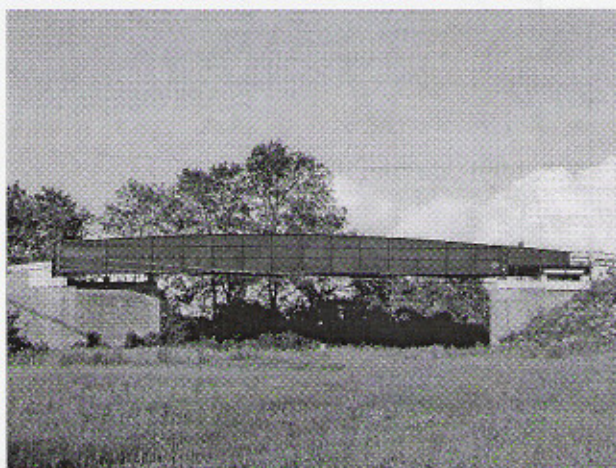
Příklady řešení přímých nosníků

Kvadratické momenty průřezů

Výpočet kvadratického momentu složeného průřezu

Příklady přímých nosníků z technické praxe -foto

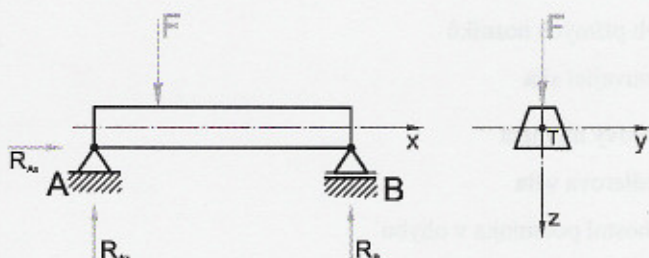
OHYB PŘÍMÝCH NOSNÍKU



Železniční most

OHYB PŘÍMÝCH NOSNÍKU

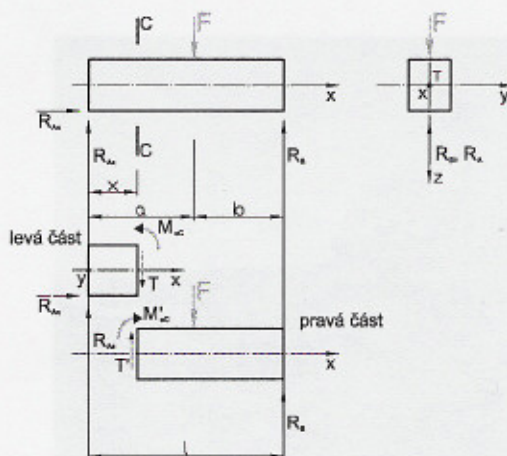
Nosník- podlouhlá, přibližně prizmatická tělesa(přímá osa, přibližně stálý průřez)
zatižená silami kolnými ke střednici x (např. čepy, osy, hřídele....)



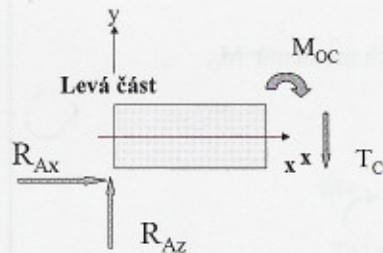
F – zatěžující síly

R_A, R_B – reakce v podporách A, B

Pro určení vnitřních sil přenášených průřezy nosníku
použijeme Eulerovu metodu myšleného řezu.



V průřezu c-c nosník rozdělíme řezem kolným k ose x na levou a
pravou část.



Levá část nosníku je v rovnováze pod účinkem:

1. vnější síly R_{Ax}, R_{Ay}
2. vnitřní síly T_C a momentu silové dvojice M_{OC}

T_C ... brání posun levé části nosníku ve směru osy y

M_{OC} ... brání otáčení kolem osy rovnoběžné s osou z

T_C - posouvající síla (vnitřní síla)

M_{OC} - moment silové dvojice vnitřních sil- ohybový moment

Posouvající síla- v určitém průřezu nosníku je rovna algebraickému součtu všech vnějších sil, působících po jedné straně průřezu.

Ohybový moment- v určitém průřezu nosníku je roven algebraickému součtu momentů všech vnějších sil působících po jedné straně k tomuto průřezu.

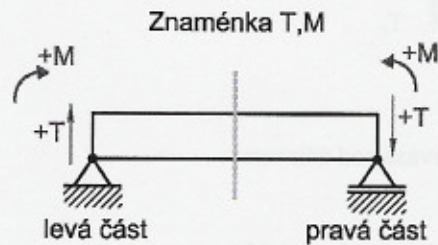
Z definice T, M_O vyplývá, že obě veličiny jsou po délce nosníku proměnné.

Proto kreslíme jejich diagramy a hledáme extrémní hodnoty $M_{O \max}$.

Maximální ohybový moment je základní údaj pro pevnostní řešení nosníků.

Zajímá nás jeho absolutní hodnota.

Určení znaménka posouvajících sil T a ohybových momentů M_0



Schwedlerova věta

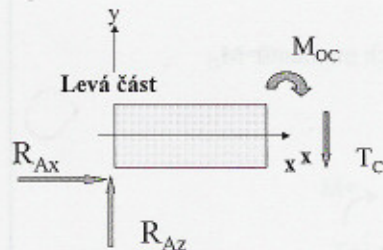
V průřezu nosníku, ve kterém je posouvací síla rovna nule nebo mění znaménko je totální extrém ohybového momentu (maximum nebo minimum).

PEVNOSTNÍ PODMÍNKA V OHYBU

Pro pevnost dostatečně dlouhých nosníků jsou rozhodující normálová napětí σ vyvolaná ohybovým momentem M_0 .

Tečná napětí τ vyvolaná posouvající silou T jsou významná jen u velmi krátkých nosníků.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{o \max}}{W_0} \leq \sigma_{D,\sigma}$$



Levá část nosníku je v rovnováze pod účinkem:

1. vnější síly R_{Ax}, R_{Az}
2. vnitřní síly T_C a momentu silové dvojice M_{OC}

T_C ... brání posun levé části nosníku ve směru osy y

M_{OC} ... brání otáčení kolem osy rovnoběžné s osou z

T_C - posouvající síla (vnitřní síla)

M_{OC} - moment silové dvojice vnitřních sil- ohybový moment

Posouvající síla- v určitém průřezu nosníku je rovna algebraickému součtu všech vnějších sil, působících po jedné straně průřezu.

Ohybový moment- v určitém průřezu nosníku je roven algebraickému součtu momentů všech vnějších sil působících po jedné straně k tomuto průřezu.

Z definice T, M_o vyplývá, že obě veličiny jsou po délce nosníku proměnné. Proto kreslíme jejich diagramy a hledáme extrémní hodnoty $M_{o \max}$. Maximální ohybový moment je základní údaj pro pevnostní řešení nosníků. Zajímá nás jeho absolutní hodnota.

PEVNOSTNÍ PODMÍNKA V OHYBU

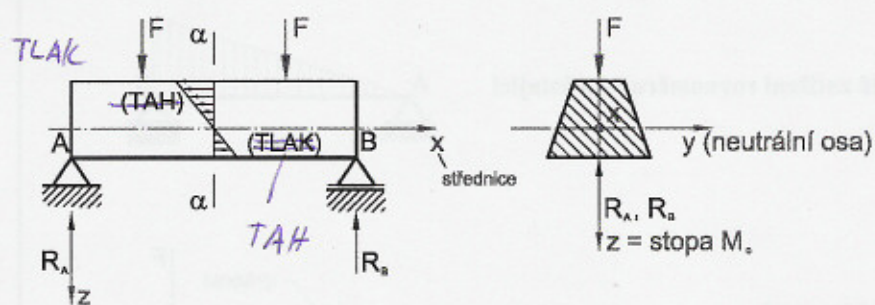
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{o \max}}{W_0} \leq \sigma_{D,o}$$

kde: $M_{o \max}$ - maximální ohybový moment - vis diagram M_o (N.m)
 W_0 - průřezový modul v ohybu (m^3)

$$W_0 = \frac{J_y}{z_{\max}}$$

J_y - kvadratický moment průřezu k ose y (neutrální osa)
 z_{\max} - vzdálenost od neutrální osy k nejvzdálenějšímu vláknu

J_y, W_0 - určíme výpočtem nebo z tabulek podle tvaru průřezu.



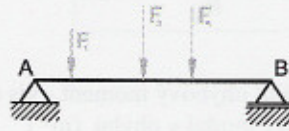
Stopa roviny ohybového momentu - průsečnice roviny ohybového momentu (xy) s rovinou řezu (α)

Při rovinném ohybu je neutrální osa kolmá na stopu roviny ohybového momentu a prochází těžištěm průřezu.

Neutrální osa tvoří v průřezu nosníku hranici mezi taženou a tlačnou částí.

Příklady zatížení přímých nosníků

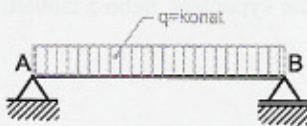
Zatížení osamělými silami



Zatížení silovou dvojicí

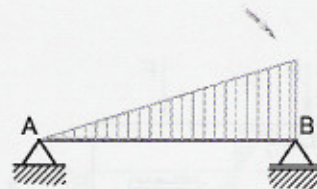


Spojitě zatížení, rovnoměrně rozložená po délce nosníku

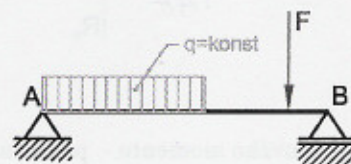


Příklady zatížení přímých nosníků

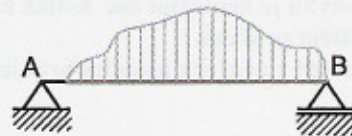
Spojitě zatížení rovnoměrně vzrůstající



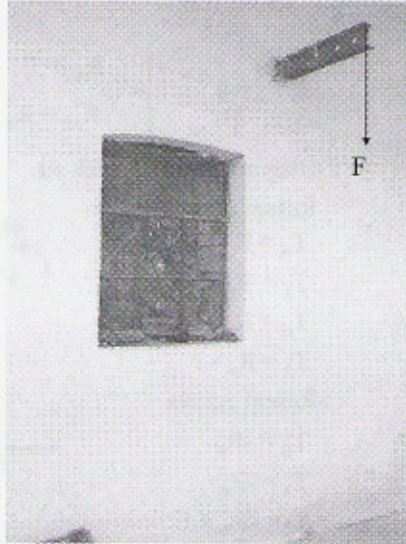
Kombinované



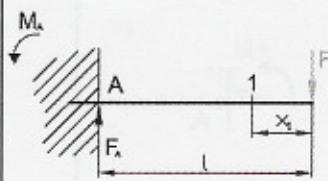
Obecně rozložení spojitěho zatížení



Ohyb vetknutého přímého nosníku
(krakorcový nosník balkónový)



Ohyb vetknutého přímého nosníku
(krakorcový nosník balkónový)



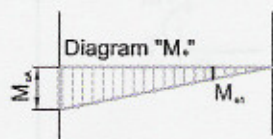
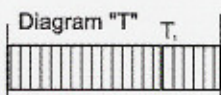
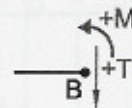
Postup řešení:

- 1) Výpočet reakcí
- 2) Diagram posouvajících sil

$$T_B = F$$

$$T_1 = F$$

$$T_A = F$$



- 3) Diagram ohybových momentů

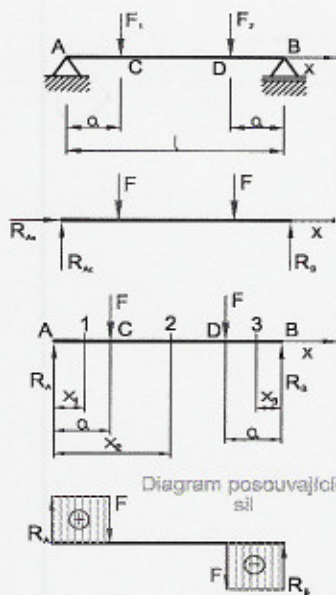
$$M_{OB} = 0$$

$$M_{O1} = -F \cdot x_1$$

$$M_{OA} = -F \cdot l$$

$$M_{OA} = M_{Omax}$$

Určete diagram posouvajících sil (T) a ohybových momentů ($M_{o,max}$)



Dáno: $F_1 = F_2 = F$, rozměry l , a

1) Výpočet reakcí

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{iy} = 0 \\ \sum F_{iz} = 0 \\ \sum F_{ix} = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_{Ax} &= 0 \\ R_{A2} &= R_B = F \end{aligned}$$

2) Diagram posouvajících sil

Řešení zleva

$$T_A = R_A$$

$$T_1 = R_A$$

$$T_C = R_A - F$$

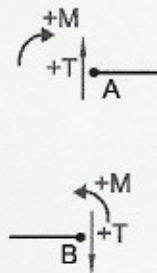
$$T_2 = R_A - F$$

Řešení zprava

$$T_B = -R_B$$

$$T_3 = -R_B$$

$$T_D = -R_B + F$$



3) Diagram ohybových momentů

Řešení zleva

$$M_{OA} = 0$$

$$M_{O1} = R_A \cdot x_1$$

$$M_{OC} = R_A \cdot a$$

$$M_{O2} = R_A \cdot x_2 - F(x_2 - a)$$

Řešení zprava

$$M_{OB} = 0$$

$$M_{O3} = R_B \cdot x_3$$

$$M_{O3} = R_B \cdot a$$

$$M_{o,max} = F \cdot a$$

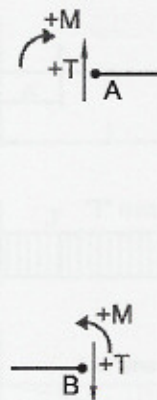
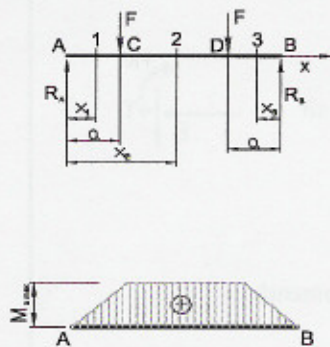
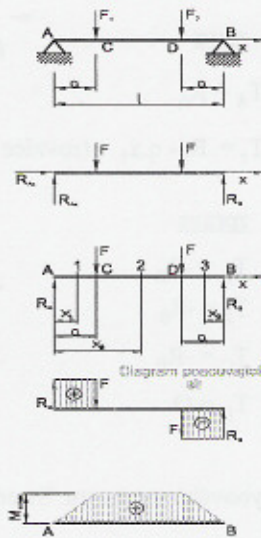
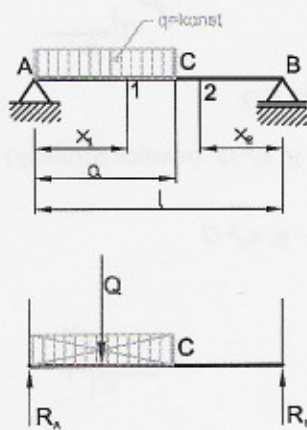


Diagram posouvajících sil a ohybových momentů daného nosníku



Přímý nosník zatížený spojitým zatížením ($q = \text{konst}$)



1) Výpočet reakcí R_A, R_B

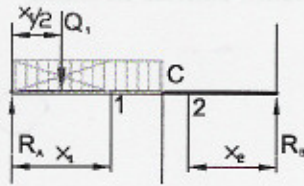
Pro výpočet reakcí nahradíme spojitě zatížení působící v délce a osamělou silou $Q = q \cdot a$

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$\sum F_{iz} = 0$$

$$\sum M_{iA} = 0$$

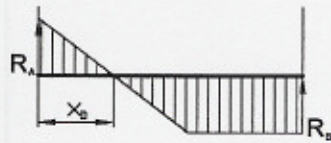
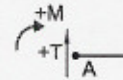
2) Diagram posouvajících sil



zleva

$$T_A = R_A$$

$$T_1 = R_A - q_1 \cdot x_1 \quad (\text{rovnice přímky})$$



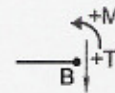
zprava

$$T_B = -R_B$$

$$T_2 = -R_B$$

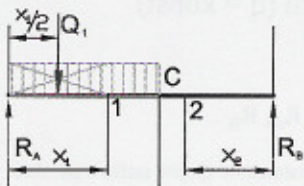
$$T_C = -R_B$$

$$T_D = 0$$



V bodě D očekáváme lokální extrém ohybového momentu Swedlerova věta
 x_D můžeme odměřit z diagramu posouvajících sil

3) Diagram ohybových momentů



zleva

$$M_{OA} = 0$$

$$M_{O1} = R_A \cdot x_1 - Q \cdot x_1 / 2$$

$$M_{O1} = R_A \cdot x_1 - g \cdot x_1^2 / 2 \quad (\text{rovnice paraboly})$$

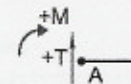
$$M_{O1} = R_A \cdot x_D - g \cdot x_D^2 / 2$$

zprava

$$M_{OB} = 0$$

$$M_{O2} = R_B \cdot x_2$$

$$M_{OC} = R_B (1 - a)$$



$$M_{OD} = M_{Omax}$$

