Přednáška P a P č.5

Energie napjatosti vyvolaná ohybovým momentem

Výpočet deformace přímých nosníků
Analytická metoda

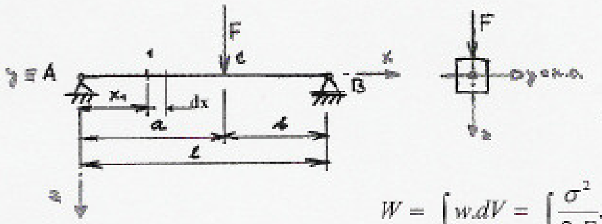
Mohrova metoda

Grafické řešení průhybu přímých nosníků

Staticky neurčitě uložený přímý nosník
(vyrovnávací metoda)

Třímomentová rovnice (3MR)

Energie napjatosti vyvolaná ohybovým momentem



$$W = \int_{(V)} w.dV = \int_{(V)} \frac{\sigma^2}{2.E}.dV$$

Kde: $\sigma = \frac{M_{o(x)}}{J_y}.z$

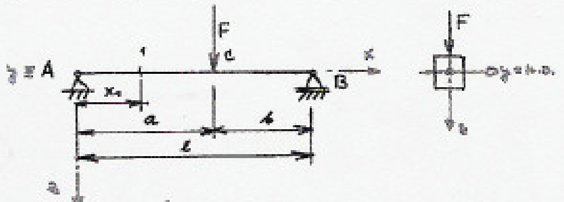
w –objemová hustota energie napjatosti pro vytčený objemový element

dV- objemový element dv =dS . dx

dS- plocha vytčeného elementu

$$W = \frac{1}{2.E.J_y} \int_{(l)} M_{o(x)}^2.dx$$

Výpočet energie napjatosti vyvolaná ohybovým momentem



pro: $a = b = \dfrac{l}{2}$ $\Rightarrow$ **platí:** $M_{o(x)} = F_A.x = \dfrac{F}{2}.x$

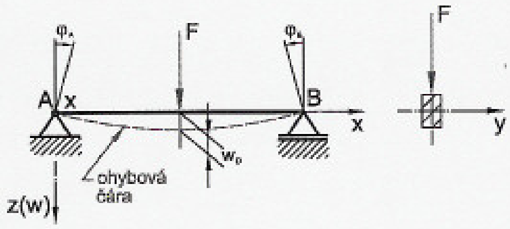
Energie napjatosti obou polovin nosníku je stejná

po dosazení

$$W = 2.\frac{1}{2.E.J_y}\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{F}{2}.x\right)^2.dx$$

$$\boxed{W = \frac{F^2.l^3}{96.E.J_y}}$$

Výpočet deformace přímých nosníků



φ_A, φ_B – úhel pootočení

ω_D - průhyb nosníku

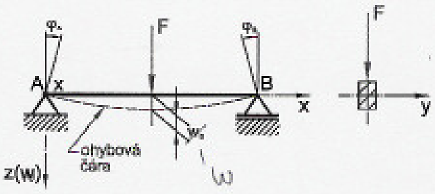
Řešení deformace přímých nosníků

-analytická metoda

- Mohrova metoda

- grafická metoda

Analytická metoda



Přibližná diferenciální rovnice ohybové čáry

$$\omega'' = -\frac{M_{o(x)}}{EJ_y}$$

$$\omega' = -\int \frac{M_{o(x)}}{EJ_y} \cdot dx + c_1 = tg\varphi$$

Pro malé úhly φ ⇒ tg φ = φ

$$\omega = \int \omega' \cdot dx + c_2$$

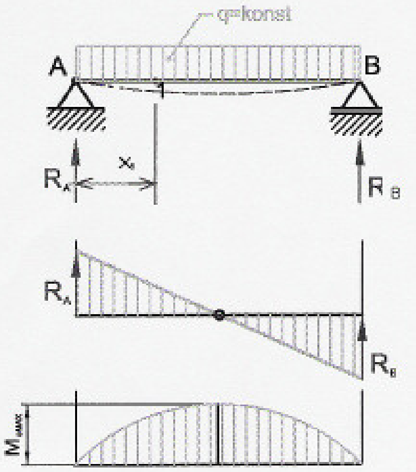
C_1= konstanta

φ-úhel pootočení průřezů

ω - průhyb

C_2= konstanta

Příklad řešení – analytická metoda řešení deformace př. nosníku



Postup výpočtu

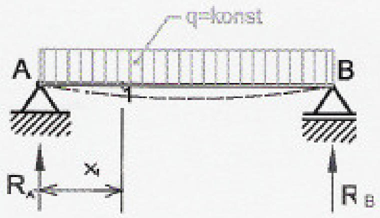
1)Výpočet reakcí

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

2)Diagram posouvajících sil

3)Diagram ohybových momnetů

4)Stanovení průřezu nosníku



5)Sestavení diferenciální rovnice ohybové čáry

Pro libovolný bod nosníku platí

$$M_{o(x)} = R_A \cdot x - g \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_{o(x)} \frac{g}{2}\left(l \cdot x - x^2\right)$$

$$\omega'' = -\frac{M_{o(x)}}{EJ_y}$$

$$\omega'' = -\frac{g\left(l \cdot x - x^2\right)}{2EJ_y}$$

Dif.rovnoce oh.čáry pro daný nosník

$$\omega'' = -\frac{g\left(l \cdot x - x^2\right)}{2EJ_y}$$

$$\omega' = -\frac{g}{2EJ_y}\int\left(l \cdot x - x^2\right) \cdot dx$$

$$\boxed{\varphi = \omega' = -\frac{g}{2EJ_y}\left[l \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right] + c_1}$$

Rovnice **(1)**

$$\omega = -\frac{g}{2EJ_y} \cdot \int\left[\left(l \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + c_1\right] \cdot dx$$

$$\boxed{\omega = -\frac{g}{2EJ_y} \cdot \left(l\frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12}\right) + c_1 x + c_2}$$

Rovnice **(2)**

Pro rovnice (1), (2) určíme integrační konstanty C_1, C_2

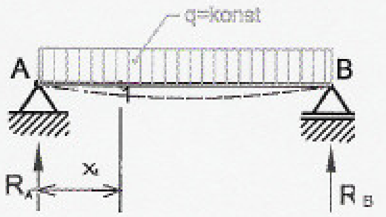
pro bod A: $x = \emptyset$, z rovnice **(2)** $\Rightarrow \omega_A = \emptyset$

$\mathbf{c_2 = \emptyset}$

pro bod B: $x = l$, dosazení do rovnice **(2)** $\Rightarrow \omega_B = \emptyset$

$$0 = -\frac{\overset{q}{\cancel{g}}}{2EJ_y}\cdot\left(l\cdot\frac{l^3}{6}-\frac{l^4}{12}\right)+c_1\cdot l$$

$$\underline{c_1 = \frac{\overset{q}{\cancel{g}}\cdot l^3}{24EJ_y}}$$



dosadíme $c_2 = \emptyset$ do rovnice (1) a vypočteme φ

$$\varphi_A = \omega'_A = \frac{\overset{q}{\cancel{g}}\cdot l^3}{24EJ_y}$$

$$\underline{\varphi_A = \varphi_B}$$

pro - 0,5 l (bod D)_ průhyb ω_D vypočteme z rovnice(2)

$$\underline{\omega_D = \frac{5\cdot\overset{q}{\cancel{g}}\cdot l^4}{384EJ_y}}$$